

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**имени М. В. Ломоносова**

---

**Физический факультет**

**кафедра общей физики и физики конденсированного состояния**

**Методическая разработка**

**по общему физическому практикуму**

**Лаб. работа № 15**

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ  
МАЯТНИКА МАКСВЕЛЛА**

**Описание составила ст. преп. Овчинникова Т.Л.**

**Москва - 2012**

Подготовил методическое пособие к изданию доц. Авксентьев Ю.И.

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ МАЯТНИКА МАКСВЕЛЛА

**Цель работы:** Экспериментальное ознакомление с движением твердого тела на примере плоскопараллельного движения маятника Максвелла и определение его момента инерции.

## КРАТКАЯ ТЕОРИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

Движение маятника Максвелла представляет пример плоскопараллельного движения твердого тела, которое может быть сведено к поступательному движению тела вместе с какой-либо точкой и вращению всего тела относительно оси, проведенной через эту точку.

Такой тип движения довольно широко распространен в природе и технике: колесо движущегося автомобиля, каток дорожной машины и так далее.

Маятник Максвелла представляет собой небольшой диск 8 (маховик) туго насаженный на ось 9 (рис.1). Маятник подвешен на двух нитях, которые в процессе работы наматываются на ось маховика. Нити во время движения вниз разматываются до полной длины, раскрутившийся маховик продолжает вращательное движение в том же направлении и снова наматывает нити на ось, вследствие чего он поднимается вверх, замедляя при этом свое движение. Дойдя до верхней точки, диск опять будет опускаться вниз и т.д. Диск будет совершать периодически повторяющееся движение, поэтому он получил название маятника. Таким образом, движение маятника Максвелла можно разделить на две стадии: опускание и подъем.

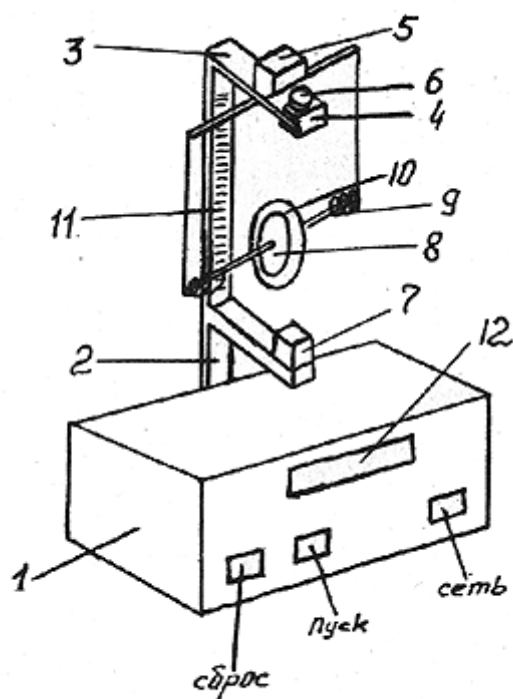


Рис.1

Согласно основным законам динамики поступательного и вращательного движений, пренебрегая

силами трения и отклонением нитей от вертикали, запишем:

$$ma = mg - 2T, \quad (1)$$

$$J\beta = 2rT, \quad (2)$$

$$a = \beta r \quad (3)$$

где  $m$  - масса маятника,  $J$  - момент инерции маятника относительно оси вращения,  $r$  - радиус маятника,  $T$  - сила натяжения нити (одной),  $g$  - ускорение силы тяжести,  $a$  - ускорение центра масс маятника,  $\beta$  - угловое ускорение.

Эти уравнения применимы как к первой, так и ко второй стадиям движения маятника. Начальные условия для них в разных стадиях различны. При опускании маятника начальная скорость его центра масс равна нулю, при его подъеме она отлична от нуля. Из уравнений (1), (2), (3) следует

$$J = \frac{m}{a} (g - a) r^2 \quad (4)$$

$$2T = m(g - a), \quad (5)$$

$$a = \frac{2h}{t^2}, \quad (6)$$

где  $t$  - время движения маятника от момента освобождения до момента прохождения им нижней точки,  $h$  - расстояние, проходимое маятником за это время. При  $a \ll g$  имеем

$$J = \frac{mgr^2}{a} \quad (7)$$

$$2T = mg \quad (8)$$

Отметим, что направления ускорения и сил натяжения не зависят от того, в какую сторону движется маятник - вверх или вниз. Тогда как скорость изменяет свое направление при колебаниях маятника. Высота  $h_1$ , на которую поднимется маятник при движении вверх, будет меньше высоты  $h$ , на которой он находился в начале движения. Разность этих высот характеризует убыль механической энергии, затраченной на преодоление сил деформации нитей при ударе и сил трения.

Доля потерянной механической энергии равна

$$\eta = \frac{\Delta E}{E} = \frac{ma(h - h_1)}{mgh} = \frac{\Delta h}{h}. \quad (9)$$

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Схема установки изображена на рис.1. В основании (1) закреплена колонка (2), к

которой прикреплен неподвижно верхний кронштейн (3). На верхнем кронштейне находится электромагнит (4), фотоэлектрический датчик (5) и вороток (6) для закрепления бифилярной подвески маятника. К нижнему кронштейну прикреплен второй фотоэлектрический датчик (7). Маятник Максвелла состоит из диска (8), туго закрепленного на оси (9) и подвешенного на двух нитях. На диск надето кольцо (10), увеличивающее момент инерции системы. Маятник с кольцом удерживается в верхнем положении электромагнитом. Высота опускания маятника определяется по миллиметровой шкале (11), находящейся на колонке прибора. Для измерения высоты опускания маятника  $\Delta h$  рекомендуется воспользоваться чертежным прямоугольным треугольником. В состоянии, когда нить маятника раскручена полностью, определяют положение крайней верхней точки маятника. Для этого один из катетов треугольника располагают вдоль шкалы отсчета так, чтобы второй катет касался маятника сверху и записывают положение вершины прямого угла на шкале -  $h_2$ . Затем, наматывая нить маятника на его ось, фиксируют его с помощью электромагнита в верхнем, исходном положении и аналогичным способом определяют положение на шкале наинизшей точки маятника  $h_1$ . Высоту опускания маятника вычисляют по формуле

$$h = h_2 - h_1 + d_k$$

где  $d_k$  - диаметр кольца маятника (указан на установке).

Миллисекундомер (12) предназначен для измерения времени движения маятника Максвелла. Включение и выключение миллисекундомера осуществляется двумя фотодатчиками, находящимися соответственно в начале и в конце движения маятника. Клавиша "ПУСК" отключает питание электромагнита и свободный маятник начинает движение вниз, в результате чего световой поток лампочки верхнего фотодатчика попадает на фотоэлемент. С этого момента начинает работать схема счетчика времени. Измерение времени продолжается до момента прерывания маятником светового потока лампочки нижнего фотодатчика. Этот сигнал отключает счетчик времени. Счетчик времени представляет собой электронные часы, собранные на интегральных схемах, с устройством запуска и остановки от фотоэлементов.

Измерение момента инерции маятника Максвелла производится косвенным образом. Из уравнений (6) и (7) следует, что момент инерции определяется формулой

$$J = \frac{mr^2 gt^2}{2h}. \quad (10)$$

Здесь  $m$  - масса маятника, которая вычисляется по формуле

$$m = m_0 + m_d + m_k, \quad (11)$$

где  $m_0$  - масса оси,  $m_d$  - масса диска,  $m_k$  - масса кольца.

Массы диска, колец и оси указаны на самих элементах, диаметры оси и колец - на установке.

## Меры предосторожности

1. В установке используется напряжение  $220\text{ В}$ . Поэтому необходимо соблюдать правила по технике безопасности при работе с приборами, в которых используется такое напряжение.
2. *Строжайше запрещается менять длину нити маятника!*
3. В установке применяются чувствительные фотоэлектрические датчики. Недопустимы удары маятника по нижнему кронштейну, которые могут привести к порче фотоэлектрического датчика.
4. Нужно следить, чтобы при движении маятника (вверх и вниз) нить навивалась на ось симметрично, виток к витку. Несимметричное наматывание нити может привести к удару маятника по нижнему фотоэлементу.
5. Если маятник, начиная двигаться, вышел из вертикальной плоскости, его немедленно надо остановить, взяв в руки ось.

## Упражнение 1 ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ МАЯТНИКА МАКСВЕЛЛА

1. Включить сетевой шнур установки в сеть  $220\text{ В}$ .
2. Нажать клавишу "СЕТЬ", при этом индикаторы измерителя высвечивают цифры "НОЛЬ" и включаются лампочки обоих фотодатчиков.
3. На ось маятника симметрично, виток к витку, намотать нити подвеса и зафиксировать маятник в верхнем положении при помощи электромагнита.
4. Проверить, совпадает ли нижняя точка кольца с нулем шкалы отсчета. Если совпадения нет, обратиться к лаборанту.
5. Нажать клавишу "ПУСК" миллисекундомера. Тормозя движение маятника рукой, дать нитям полностью сойти с оси маятника 9. Проверить, попадает ли световой луч нижнего фотодатчика на маятник. Если попадания нет, обратиться к лаборанту.
6. Отжать клавишу "ПУСК" миллисекундомера.
7. Снова симметрично и равномерно намотать нити подвеса на ось маятника и зафиксировать его в этом положении с помощью электромагнита.
8. Для ослабления натяжения нитей повернуть маятник в направлении движения на угол  $\sim 5^\circ$ .
9. Нажать клавишу "СБРОС".
10. Нажать клавишу "ПУСК".
11. После достижения маятником крайнего нижнего положения и прекращения счета времени секундомером записать его показания в таблицу.
12. Повторить измерения времени еще четыре раза. Результаты измерения занести в таблицу.
13. По шкале на колонке пять раз измерить высоту  $h$ , на которую опускается

маятник. Результат измерения занести в таблицу.

Таблица

№№	t, С	$\Delta t$ , С	$\Delta h$	h
1				
2				
3				
4				
5				

- Используя среднее значение времени  $t_{cp}$  опускания маятника и среднее значение  $h_{cp}$ , по формуле (10) вычислить момент инерции маятника Максвелла.
- Оценить абсолютную и относительную погрешности измерения момента инерции маятника. Результат измерения  $J$  записать с указанием погрешностей.

## Упражнение 2

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОЛИ УБЫЛИ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

- Повторить пункты 6, 7, 8, 9 и 10 упражнения 1. Отсчитав пять полных колебаний маятника, измерить максимальную высоту подъема маятника в конце пятого колебания –  $h_I$ . Вычислить величину  $\Delta h = h - h_I$ . Измеренные значения  $\Delta h$  и  $h_I$ , занести в таблицу.
- Измерение величин  $\Delta h$  и  $h_I$  произвести пять раз. Все результаты измерений занести в таблицу.
- Долю механической энергии, потерянной за один период колебаний вычислить по формуле

$$\eta = \frac{\Delta h}{5h} = \frac{h - h_I}{5h} \quad (12)$$

Здесь  $h$  - высота опускания маятника в первом периоде,  $h_I$  - высота подъема маятника в пятом периоде.

- Оценить погрешности измерений и записать результат измерения с указанием погрешностей.

### ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

- Какой физический смысл имеет понятие «момент инерции»?
- Как вычисляется момент инерции (на примере вычисления момента инерции цилиндра относительно оси, параллельной его образующей и проходящей через его центр)?

3. Сформулируйте теорему Штейнера. В каких случаях она применяется для вычисления моментов инерции?
4. Сформулируйте и запишите основной закон динамики вращательного движения.
5. Как определяются вектора углового перемещения, угловой скорости и углового ускорения? Их направления и единицы измерения.
6. Как вычислить вектор момента силы, приложенной к телу, относительно оси вращения тела? Направление вектора момента силы и единицы его измерения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Белов Д.В. «Механика», изд. Физический факультет МГУ им. М.В.Ломоносова 1998, глава II,  
§7 – Второй закон Ньютона как дифференциальное уравнение движения,  
глава IV ,  
§ 19 – Вращательное движение тела относительно оси.
2. Савельев И.В. «Курс физики», т.1, М. Наука, 1989,  
глава 4, Механика твердого тела,  
§§ 29, 31, 32, 33, 34.
3. Савельев И. В. «Курс общей физики» в 5-и книгах.  
Книга I «Механика», 1998 г.,  
гл. 5. Механика твердого тела,  
§ 5.3 Вращение тела вокруг неподвижной оси ,  
§ 5.4 Момент инерции,  
§ 5.7 Кинетическая энергия тела при плоском движении.