

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М. В. Ломоносова**

---

**Физический факультет  
кафедра общей физики и физики конденсированного состояния**

**Методическая разработка  
по общему физическому практикуму**

**Лаб. работа № 1**

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ТЕЛ  
ПРОСТЕЙШЕЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ  
ФОРМЫ**

**Работу поставил доцент Пустовалов Г.Е.**

**Москва - 2012**

Подготовил методическое пособие к изданию доц. Авксентьев Ю.И.

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ТЕЛ ПРОСТЕЙШЕЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

**Цель работы:** производится ознакомление с простейшими измерительными приборами - штангенциркулем, микрометром, техническими весами. На примере измерения плотности тел простой геометрической формы изучаются основные приемы учета погрешностей измерений.

**Приборы и принадлежности:** полый цилиндр и параллелепипед (пластинка), изготовленные из однородных веществ; штангенциркуль, микрометр, технические весы, набор разновеса.

Предварительно следует ознакомиться с разделами «Погрешности измерений» и «Простейшие измерительные приборы». По окончании измерений следует представить отчет в соответствии с формой, приведенной в разделе «Рекомендуемая форма отчета».

## Упражнение 1

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ПОЛОГО ЦИЛИНДРА

**Обозначения величин, характеризующих цилиндр** (рис.1):  $H$  - высота,  $D_1$  - наружный диаметр,  $D_2$  - внутренний диаметр,  $V$  - объем,  $m$  - масса,  $\rho$  - плотность.

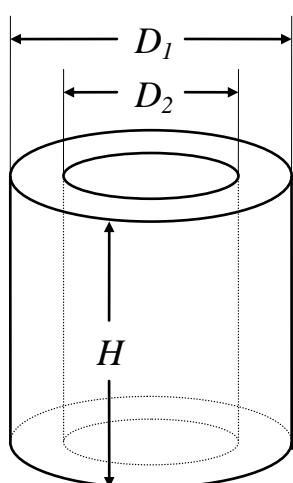


Рис.1

Объем полого цилиндра можно вычислить по формуле

$$V = \frac{1}{4} \pi H (D_1^2 - D_2^2).$$

Отсюда его плотность

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{4m}{\pi H (D_1^2 - D_2^2)}. \quad (1)$$

#### Измерения

**Нахождение массы.** Масса цилиндра определяется взвешиванием на электронных весах.

Взвешивание производится один раз с точностью до 0,01 г. Найденное значение записывается в системе единиц СИ с учетом приборной погрешности. Указывается также относительная погрешность измерения массы.

**Измерение высоты  $H$ , внешнего  $D_1$  и внутреннего  $D_2$  диаметров цилиндра.** Величины  $H$ ,  $D_1$  и  $D_2$  измеряют штангенциркулем по пяти раз в разных местах с максимальной точностью, которую допускает штангенциркуль. Результаты измерений и соответствующие погрешности заносят в таблицы, имеющие вид таблицы 1, приведенной в разделе «Рекомендуемая форма отчета». Окончательные значения всех измеряемых величин должны быть приведены в системе единиц СИ.

*Таблицы могут быть заготовлены заранее в процессе подготовки к выполнению задачи и заполнены при проведении измерений.*

## Упражнение 2

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ПЛАСТИНКИ

#### Обозначения величин, характеризующих пластинку

(рис.2):  $A$  - длина,  $B$  - ширина,  $C$  - толщина,  $m$  - масса.

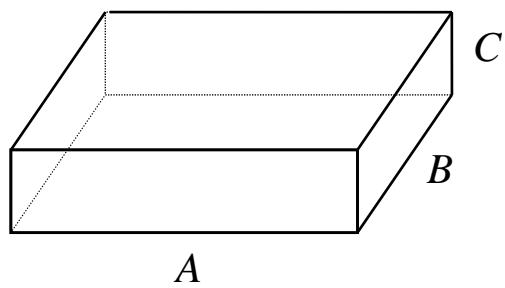


Рис.2

Массу  $m$  пластинки находят взвешиванием на технических весах с точностью до 0,1 г. Длину  $A$  и ширину  $B$  пластинки измеряют по пять раз штангенциркулем в разных местах. Толщину  $C$  измеряют микрометром 10 раз опять-таки в разных местах. Результаты измерений записывают в таблицы, аналогично тому, как это делалось в Упражнении 1 .

#### Обработка результатов измерений

Используя данные таблиц, в которые заносились результаты измерений, подсчитывают средние значения величин и погрешности, допущенные при их измерениях, заполняя тем самым свободные места в таблицах. Рассчитывают плотность вещества, из которого изготовлен цилиндр. Для этого на место соответствующих обозначений в формулу (1) подставляют средние значения величин  $H$ ,  $D_1$ ,  $D_2$ , а также значение  $m$ .

Для нахождения погрешности в величине плотности, измеряемой косвенно, используют формулы для частных относительных погрешностей в измеряемых величинах, приведенные в разделе «Рекомендуемая форма отчета» (формулу для частной погрешности величины  $D_2$  следует найти самостоятельно). Относительную погрешность плотности получают,

извлекая квадратный корень из суммы квадратов частных относительных погрешностей. Наконец, чтобы найти абсолютную погрешность плотности, относительную погрешность умножают на величину плотности. Далее записывают окончательный результат измерения плотности с учетом погрешности, сохраняя как в результате, так и в погрешности необходимое число значащих цифр.

Нахождение формулы для вычисления плотности вещества, из которого изготовлена пластиинка, и весь расчет как частных погрешностей величин  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $m$ , так и полной погрешности величины  $\rho$  предлагается проделать самостоятельно.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### Рекомендуемая форма отчета задачи №1

Содержание отчета	Пояснения
<b>5.09.2001</b>	Дата выполнения
<b><u>Задача 1. Определение плотности тел простой геометрической формы</u></b>  Конспект описания «Погрешности измерения». Краткий конспект теории нониусов.	<b>Номер и название задачи</b>  <b>Краткое изложение теории</b>
<b>Экспериментальная часть</b>  <b>Принадлежности:</b> полый цилиндр, пластиинка в виде параллелепипеда, штангенциркуль, микрометр, весы.	Перечень принадлежностей, рисунок установки, электрическая или оптическая схема.
<b>Упражнение 1</b>	
<b><u>Определение плотности полого цилиндра</u></b>	

$\rho = \frac{4m}{\pi H(D_1^2 - D_2^2)}.$ <p>Здесь <math>\rho</math> - плотность вещества цилиндра, <math>m</math> - его масса, <math>H</math> - высота, <math>D_1</math> - внешний диаметр, <math>D_2</math> - внутренний диаметр.</p>	<p>Расчетные формулы с обязательным указанием обозначений</p>
<p><b>Измерение массы <math>m</math> (взвешивание):</b>  Показание дисплея электронных весов. Выполняется одно взвешивание.  Приборная погрешность весов <math>\Delta m_{np} = 0,01</math> г.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin-top: 10px;"> <math display="block">m = (2,2725 \pm 0,0001) \cdot 10^{-1}</math> кг  <math display="block">\Delta m/m = 4,4 \cdot 10^{-5} = 0,005\%</math> </div>	<p>Результат непосредственных измерений величины, измеряемой один раз и оценка ее погрешности</p>

<b>Содержание отчета</b>									<b>Пояснения</b>
<b>Измерение высоты <math>H</math></b>									
<b>Таблица 1</b>									
<b>№</b>	<b><math>H_i, \text{мм}</math></b>	<b><math>H</math></b>	<b><math>\Delta H_i</math></b>	<b><math>S_H</math></b>	<b><math>\Delta H_{cl}</math></b>	<b><math>\Delta H_{np}</math></b>	<b><math>\Delta H</math></b>	<b><math>\Delta H/H</math></b>	
1	65.00	64,91	+0.09	0,0600	0,168	0,05	0,1753	0,0027	Таблица 1 заполняется результатами измерений величины $H$ , которая измеряется несколько раз и содержит случайную и приборную погрешности. Такие таблицы должны быть составлены для всех величин, измеряемых по несколько раз.
2	64.80		-0.11						
3	65.10		+0.19						
4	64.80		-0.11						
5	64.85		-0.06						
<b><math>H</math></b> - Среднее арифметическое <b><math>\Delta H_i = H_i - H</math></b> - Абсолютная погрешность <b><math>S_H</math></b> - Стандартное отклонение среднего арифметического <b><math>\Delta H_{cl}</math></b> - Случайная погрешность (доверительный интервал) <b><math>\Delta H_{np}</math></b> - Приборная погрешность <b><math>\Delta H</math></b> - Полная абсолютная погрешность <b><math>\Delta H/H</math></b> - Полная относительная погрешность									

$$H = (6,491 \pm 0,018) \cdot 10^{-2} \text{ м};$$

$$\Delta H/H = 0,27\% .$$

$$S_H = \sqrt{\frac{\sum(\Delta H_i)^2}{4 \cdot 5}} ; \quad \Delta H_{cl} = t_{0,95;5} \cdot S_H = 2,8 \cdot S_H ;$$

$$\Delta H = \sqrt{(\Delta H_{cl})^2 + (\Delta H_{np})^2} .$$

### **Измерение внешнего диаметра $D_1$**

$$D_1 = (2,849 \pm 0,0052) \cdot 10^{-2} \text{ м};$$

$$\Delta D_1/D_1 = 0,18\% .$$

### **Измерение внутреннего диаметра $D_2$**

$$D_2 = (1,71 \pm 0,026) \cdot 10^{-2} \text{ м};$$

$$\Delta D_2/D_2 = 1,5\% .$$

При измерениях заполняются таблица 2 для  $D_1$  и таблица 3 для  $D_2$ , аналогичные таблице 1.

Здесь приводятся лишь окончательные результаты, полученные при обработке таблиц 2 и 3.

### **Вычисление плотности $\rho$**

$$\rho = \frac{4 \cdot 2,272 \cdot 10^{-2}}{3,142 \cdot 6,491 \cdot 10^{-2} \left[ (2,849 \cdot 10^{-2})^2 - (1,71 \cdot 10^{-2})^2 \right]} =$$

$$= 8,574 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 .$$

Вычисление измеряемой величины (с подстановкой в формулу численных значений входящих в нее величин в системе СИ).

**Содержание отчета**

**Пояснения**

## Оценка погрешности плотности

Логарифм формулы для плотности:

$$\ln \rho = \ln 4 + \ln m - \ln \pi - \ln H - \ln(D_1^2 - D_2^2).$$

Квадраты частных погрешностей:

$$\frac{\partial(\ln \rho)}{\partial m} = \frac{1}{m}; \quad \left| \frac{\partial(\ln \rho)}{\partial m} \Delta m \right|^2 = \left| \frac{\Delta m}{m} \right|^2 = \\ = (4.4 \cdot 10^{-4})^2 = 1.94 \cdot 10^{-7}.$$

$$\frac{\partial(\ln \rho)}{\partial H} = -\frac{1}{H}; \quad \left| \frac{\partial(\ln \rho)}{\partial H} \Delta H \right|^2 = \left| \frac{\Delta H}{H} \right|^2 = \\ = (2.7 \cdot 10^{-3})^2 = 7.3 \cdot 10^{-6}.$$

$$\frac{\partial(\ln \rho)}{\partial D_1} = -\frac{2D_1}{D_1^2 - D_2^2}; \quad \left| \frac{\partial(\ln \rho)}{\partial D_1} \Delta D_1 \right|^2 =$$

$$= \left| \frac{2D_1 \Delta D_1}{D_1^2 - D_2^2} \right|^2 = \left| \frac{2 \cdot 2.849 \cdot 10^{-2} \cdot 5.24 \cdot 10^{-5}}{(2.849 \cdot 10^{-2})^2 - (1.709 \cdot 10^{-2})^2} \right|^2 = 3.30 \cdot 10^{-5}$$

$$\left| \frac{\partial(\ln \rho)}{\partial D_2} \Delta D_2 \right|^2 = \dots = 2.84 \cdot 10^{-4}.$$

Оценка погрешностей с приведением формул для частных погрешностей и вычислением каждой из них.

В данном случае удобнее находить сначала относительную погрешность.

Погрешность цифры 4 равна нулю, погрешность  $\pi$  при расчете на калькуляторе учитывать не следует.

Частную погрешность, возникающую вследствие погрешности в  $D_2$ , предлагается вычислить самостоятельно

Полная относительная погрешность величины  $\rho$ :

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \sqrt{1.94 \cdot 10^{-7} + 7.3 \cdot 10^{-6} + 3.3 \cdot 10^{-5} + 2.84 \cdot 10^{-4}} = 0.0180.$$

Вычисление относительной погрешности.

Полная абсолютная погрешность величины  $\rho$ :

$$\left( \frac{\Delta \rho}{\rho} \right) \cdot \rho = 0.018 \cdot 8.57 \cdot 10^{-3} = 0.154 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

Вычисление абсолютной погрешности.

Значение плотности  $\rho$  с учетом погрешности:

$$\boxed{\rho = (8.57 \pm 0.16) \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3, \quad \Delta \rho / \rho = 1.8\%}.$$

Запись окончательного результата с учетом погрешности

**Содержание отчета**

**Пояснения**

## **Упражнение 2**

### **Определение плотности параллелепипеда**

Предлагается  
оформить  
самостоятельно  
аналогично  
**Упражнению 1**

## **ЛИТЕРАТУРА**

1. Пустовалов Г.Е. Настоящий сборник. Механика. Текст лаб. работ. Работа 1. Погрешности измерений.
2. Пустовалов Г.Е. Настоящий сборник. Механика. Текст лаб. работ. Работа 2. Простейшие измерительные приборы.